

*A Budapesti Gazdasági Szakképzési Centrum  
Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági  
Technikum*

# MATEMATIKA HELYI TANTERVE

*gazdálkodás és menedzsment ágazaton  
9.-12. évfolyam*

*Bevezetésre kerül felmenő rendszerben a  
2025-2026-os tanévben a 9. évfolyamon.  
Heti óraszámok évfolyamonként: 4+4+3+3  
(emelt szinten utolsó két évfolyamon +2 óra)*

Készítették: matematika munkaközösség tagjai

Készült: 2025. augusztus

## **1. A tantárgy tanulásának célja**

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel és, mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segít a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban.

Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

Fontos, hogy a tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Ezért a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Kiemelt szerepet szánunk azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezetjük be matematika feladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előre haladtával, egyre több példát mutatunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikailag igényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanuláshoz szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

Ez a matematika tanterv azon tanulóknak is szól, akik majd később, emelt szinten akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükre hatással lesznek azok a készségek, melyek itt alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. A tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

### 9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. Ebben az időszakban már hangsúlyosabban megjelennek a digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek, melyek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést. Illetve a diákok ezeknek a felületeknek a használatát is ekkor kezdik elsajátítani.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

### 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegző képesség alakítása.

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell

eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznék feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

## **2. Ellenőrzés és értékelés**

### Az értékelés általános elvei és módszerei

Hatékonyan nevelni és tanítani lehetetlen megfelelő ellenőrzési és értékelési eljárások nélkül, hiszen az ellenőrzés folyamatában nyert információkat elemezve alakíthatjuk ki további pedagógiai munkánk irányát, fő lépéseit. Ugyanakkor az ellenőrzés és értékelés a tanulási és önnevelési folyamat fejlesztésének fontos eszköze, a folyamatos ellenőrzés rendszeres munkára szoktatja a tanulókat, az ellenőrzés eszközéül szolgáló feladatok megoldása közben hozzászoknak a koncentrált, pontos munkavégzéshez, az önálló munkához, fejlődik gondolkodásuk, szóbeli és írásbeli kifejezőképességük.

Minden tanulói teljesítményt lehet és kell értékelni, de nem minden teljesítményt lehet és kell osztályozni! A tantárgyi osztályzatok kizárólag a tantárgyi teljesítményt értékelik; helytelen, ha az osztályzatba beszámítjuk a tanulók segítő tevékenységét, viselkedését, különböző iskolai feladatok végzését. Bele kell viszont számítani az érdemjegybe és az osztályzatba a tanulónak a tantárggyal kapcsolatos valamennyi megnyilvánulását: szóbeli, írásbeli feleleteket, dolgozatokat, órai munkát, aktivitást, kiselőadást, versenyeken való részvételt, pályázatokat, gyakorlati tevékenységeket (kísérletek) stb. A tantárgyi teljesítmények elbírálásánál messzemenő objektivitásra kell törekedni. A dolgozatokat, feladatlapokat, általában minden tanulói produktumot kijavítás után, a pedagógus értékelésével együtt legkésőbb két héten belül vissza kell adni a tanulóknak, a megerősítés élménye csak így érvényesülhet. A szóbeli feleleteknél is élni kell a tanári és a tanulói értékelés, bírálat lehetőségével, ezzel elősegítve a tanulók ítélőképességének és önértékelésének fejlődését.

Meg kell különböztetni a tantárgyi érdemjegyet az osztályzattól. Az érdemjegyet egyes feleletekre, dolgozatokra adjuk, vagyis egy-egy részteljesítményt honorálunk. Célszerű a szaktanárnak feljegyezni, hogy ezek a részteljesítmények miből adódnak, mert nem egyenlő értékűek. Az év végi (félévi) osztályzat megállapításánál az év végi (félévi) összteljesítményt kell figyelembe venni, hiszen a tantervi követelmények általában a tanév végére, vagy meghatározott időszakra teljesítendőek. Sok

olyan tanuló van, akiknél a megértés, rögzítés és alkalmazás folyamata hosszabb időt igényel. Az év végi (félévi) osztályzatot értékelje tehát az osztályzat, és ne az érdemjegyek középarányosaként keletkezzen; tükrözze az értékelési időben bekövetkezett fejlődést.

Az évközi érdemjegyek és az év végi teljesítmény között mutatkozó eltérés sokszor dilemmahelyzetet jelent a tanár számára. Úgy tűnik, hogy igazságtalanság az, hogy az év végi rohammunkát épp olyan értékű jó osztályzattal jutalmazzuk, mint az egész éven át tartó egyenletes munkát. Az év végi osztályzat az egész éves munkát értékeli, ezért a szerzett érdemjegyeket a tanév első napjától az utolsóig figyelembe vesszük. Az év közben elrontott vagy gyengén teljesített részek pótlásának bizonyítására javítási lehetőséget biztosítunk. Célunk a rendszeres munkára nevelés, hiszen a tárgy jellegéből adódóan ez nem is képzelhető el másként.

A tanulók munkájáról, teljesítményéről a szülők rendszeres és folyamatos tájékoztatása szükséges. Ennek módjai a továbbiakban:

- elektronikusan E-Krétán (érdemjegyek, bejegyzések, üzenetek formájában)
- e-mailen keresztül
- telefonon
- fogadó óra biztosítása
- a szülő behívása indokolt esetben.

#### Az ellenőrzés általános elvei és módszerei

Matematikából az érettségi követelmény és a tantárgy sajátos szerepe miatt az írásbeli ellenőrzés dominál. Az írásbeli beszámoltatás egyike azon módszereknek, melyekkel a tanulók tudását ellenőrizhetjük, illetve egy-egy osztályközösséget lendületes munkára ösztönözhetünk. Az írásbeli ellenőrző formák sokféleségét figyelhetjük meg a természettudományi tantárgyak tanítása során, hiszen más-más célt szolgál egy-egy röpdolgozat, témazáró dolgozat, tantárgyteszt, stb. megírása. Arányát, számát úgy kell meghatározni, hogy ez ne fokozza a tanulók túlterhelését. Nem helyes elhárítani naponta több feladatlap, dolgozatírás.

A feladatsorok összeállításakor ügyeljünk arra, hogy a becsületesen dolgozó, szerényebb képességű tanulókat a dolgozat ne állítsa leküzdhetetlen nehézségek elé. (Célunk nem az, hogy a tanulni akaró diákot elkedvetlenítsük.) Ezért a feladatsorok feltétlenül tartalmazzanak elégséges és közepes színvonalú feladatokat is. Ugyanakkor a jó és a jeles képességű tanulóknak is gondolva tartalmazzon „nehezebb” feladatokat is, ügyelve arra, hogy a választott feladatok a kerettanterv célkitűzésének és nehézségi szintjének megfeleljenek. Célszerű olyan feladatok szerepeltetése is, melyek házi feladat vagy órai munka során már ismertté váltak a tanulóknak, ezek tudatosíthatják a tanulóknak az otthoni egyéni munkák fontosságát, hasznosságát. Így azok a diákok, akik becsületesen készülnek az órára, szerényebb képességük ellenére is megfelelő sikerélményhez, elismeréshez juthatnak. Ezzel fokozódik az önálló gyakorlás iránti igény, amely nélkül az eredményes matematikaoktatás elképzelhetetlen.

A kötelező témazáró dolgozatokat az írás előtt egy héttel a tanulók tudomására kell hozni, egyéb írásbeli számonkéréseket előzetesen bejelenteni nem kötelező.

Bármely írásbeli számonkérésre elégtelen osztályzat adható, ha a tanuló nem megengedett segédeszközt használt megírása során.

Az írásbeli munkákat kijavítva, a pedagógus értékelése mellett aláírásával ellátva, legkésőbb két héten belül ismertetni kell a tanulóval. A tanuló joga, hogy a kijavított és értékelt írásbeli számonkérést megtekintse.

#### Az írásbeli beszámoltatás formái:

1. Írásbeli témazáró dolgozat: A témazáró dolgozat összefoglaló dolgozat. Nagyobb anyagrészen kíván tájékozódást szerezni a tanuló felkészültségéről. Mérhető vele a tudás, az ismeretek szilárdsága és azok biztonságos alkalmazása. Bizonyos anyagrészek lezárásakor íratjuk; összefoglalás és rendszerező ismétlés előzi meg. Ennek a dolgozatnak a megírását

legalább egy héttel előbb jelezni kell a tanulóknak, és fel kell hívni a figyelmet a legfontosabb anyagrészekre, az előforduló problémákra. Célszerű gyakorló feladatokat kijelölni, ezzel is fokozni a felkészülés sikerességét. A dolgozatot a hiányzó tanulókkal pótoltatni kell. A témazáró dolgozat eredménye színben is jól elkülönül az e-naplóban, pirossal kerül be. A szaktanár egyszeri alkalommal javítási lehetőséget ajánlhat fel, mellyel nem csak az elégtelent kapott diákok élhetnek. A javító dolgozatot két héten belül kell megírni, lehetőség szerint tanórán kívül.

A témazáró dolgozatok dupla súllyal szerepelnek a jegyek között, ezt a rendszer automatikusan számolja.

Minden évfolyamon legalább annyi témazáró dolgozat megírása szükséges, amennyi az heti óraszám, (kivéve a 12. évfolyamon az emelt szintű csoportban, ahol elég csak 4 témazáró) és törekedni kell arra, hogy ezek elosztása egyenletes legyen a tanév során.

Az osztályozás a következő százalékos megoszlás alapján történik:

0-29 %	elégtelen (1)
30-46 %	elégséges (2)
47-63 %	közepes (3)
64-79 %	jó (4)
80-100 %	jéles (5)

Ettől eltérni, csak rendkívül indokolt pedagógiai szituációban megengedett.

2. Rövid írásbeli számonkérés (röpdolgozat): kisebb anyag rész elsajátításának ellenőrzése szolgáló számonkérési forma. Célja a tanulók munkájának folyamatos ellenőrzése, ezért előre bejelenteni nem kell. Időtartama ne haladja meg a 15-20 percet.
3. Évfolyamok egységes felmérése: Néha szükséges az évfolyam tanulóinak felkészültségének az objektív összehasonlítása.
4. Összefoglaló felmérést íratunk a 12. évfolyam végén, április hónapban az érettségi tartalmi követelményéből, amelynek százalékos teljesítményét értékeljük. Hiányzás esetén a tanulóval pótló dolgozatot íratunk. Az elégtelent írt tanulók szóbeli javítóvizsgán vesznek részt szaktárgyi bizottság előtt.
5. Centrum szintű felmérések: ezek ideje, érintettségi köre, valamint értékelési módjai nem pontosan tervezhetők, de a mérésekben való részvétel kötelező. Fontos a tanulóinkat motiválttá tenni, annak érdekében, hogy az iskolát magukhoz méltó módon képviseljék a Centrum más iskoláival szemben is.

#### A szóbeli beszámoltatás formái:

A középszintű érettségi alapesetben csak írásbeli vizsgarészből áll. Ezért a szóbeli feleltetés sokkal kevésbé hangsúlyos, mint más érettségi tárgyaknál, főleg a 9-10. évfolyamon. Mégis elengedhetetlen a szóbeli kérdés-feleltetés módszere. Középszinten tett érettségi esetén is előfordulhat, hogy a diáknak szóbeli vizsgán kell számot adnia tudásáról (vagy azért, mert írásbeli vizsgát vált ki vele, vagy azért, mert annak eredménye a 12-24% tartományba esik). Emelt szinten pedig egy szaktárgyi bizottság előtt kell vizsgázni szóban, adott témakörök bemutatásával, ahol rendszerező felépítést-összefoglalást és bizonyítást is kell bemutatni.

A szóbeli feleletekre adott értékelés függ a kérdések mennyiségétől, minőségétől és a fontosságától. Egy követelmény van csak, hogy a szaktanár ezekről a feltételekről előre tájékoztassa a diákokat.

#### A fentieken kívül:

1. Egy-egy nagyobb anyagrészből gyakorló feladatokat jelölhet ki a szaktanár, akár hosszabb időintervallumra is, melyek nem kötelezőek a diákok számára. Ezek megoldásait – ha a tanuló beadja – javítási lehetőségként, osztálynaplóba beírt érdemjeggyel értékelheti a szaktanár.

2. Értékeljük még a tanuló órai munkáját, házi versenyeken és egyéb matematika versenyeken nyújtott teljesítményét.
3. Az önálló ellenőrzésre nevelés feladataként a házi feladatok ellenőrzése és javítása folyamatosan történik az egész tanév során.

### Az otthoni felkészülés előírásának elvei és korlátai

Matematika oktatásunk eredményessége érdekében szem előtt kell tartanunk, továbbá tudatosítani kell a tanulóknak és a szülőknél is, hogy az írásbeli és szóbeli házi feladatok, azaz a tanulók otthoni munkája a tanórai munka szerves folytatása.

A házi feladatok célja különböző lehet:

- Az alapfogalmak, alapismeretek, összefüggések gyakoroltatása. Így tudjuk elérni, hogy a legfontosabb ismeretek megszilárduljanak, alapvető tudáselemek készségként álljanak a tanulók rendelkezésére.
- A tanult ismereteket a tanulók önálló feladatmegoldásban tudják alkalmazni, egyrészt olyan feladat formájában, amelynél az órán megoldottra ráismernek a diákok, másrészt új szituációkban is meg tudják a problémát oldani.
- Az órán feldolgozásra kerülő témákhoz szükséges alapismeretek felelevenítettése (ismétlés, tankönyvhasználat, online tananyagtartalmak)

A házi feladatok célját (és az osztályt) ismerve kell megtalálnunk azt a módszert és helyes arányt, amelyet követnünk kell, de vannak általános elvek, amelyeket minden szaktanárnak be kell tartani:

- A kijelölt házi feladatokhoz adjunk útmutatást, segítséget (figyelembe véve a csoport képességét).
- A feladatok kijelölése differenciáltan történjen. A feladatsor mindig tartalmazzon elégséges, közepes és jó képességű tanulóknak vonatkozó feladatot.
- A házi feladatok ellenőrzésére, a felmerülő problémákra, ötletekre időt kell szánni (itt élhetünk a technika eszközeivel is, mint például számítógép, projektor).
- A házi feladatok megoldását értékelni kell. Így azok a tanulók, akik becsületesen megoldják a házi feladatot, sikerélményhez, elismeréshez jutnak.
- Tudatosítani és következetesen alkalmazni kell valamilyen szankciót, ha a tanuló nem készíti házi feladatot.
- A szaktanárnak ügyelni kell arra, hogy a házi feladat harminc-negyven percnél ne legyen időigényesebb, mert a többi tárgyból is kell készülnie a tanulónak.
- A megtanulandó elméleti anyagot egyértelműen ki kell jelölni a diákok számára, mert ennek ismerete nélkül nem tudják feladatokat megoldani.
- Az önálló gyakorlás igényének fokozása érdekében témakörönként kijelölhetünk nagyobb időintervallumra gyakorló feladatokat, melyeket felhasználhatunk dolgozatoknál, feleléseknél.

### **3. Magasabb évfolyamra lépés feltételei**

Az ellenőrzés-értékelés részben leírt megfelelő számú osztályzat megszerzése, melyre a Szakmai Programban meghatározott elv alapján, év végén a diák legalább elégséges (2) osztályzatot kap.

### **4. A felhasználható taneszközök**

Taneszközök (nyomtatott vagy digitalizált formában)

- ✓ Kompetenciafejlesztő feladatgyűjtemény
- ✓ Online matematikatanulást segítő programok

- ✓ Ismeretterjesztő kisfilmek
- ✓ Szakkönyvek
- ✓ Matematikatörténeti könyvek
- ✓ Matematikai táblák, faliképek
- ✓ Digitális tananyagok

Tanulók által használható eszközök

- ✓ vonalzó
- ✓ körző
- ✓ szögmérő
- ✓ számológép

Tanári demonstrációs eszközök

- ✓ Alapvető térgeometriai ismeretek kialakítására, a térszemlélet fejlesztésére alkalmas átlátszó és nem átlátszó testek
- ✓ Különböző testek síkmetszeteit bemutató eszköz-térbeli modellso-rozat
- ✓ Különböző testek élvázait szemléltető eszköz
- ✓ Sík- és térmértani modellező készlet
- ✓ Szerkesztési eljárások végrehajtásához szükséges eszközök
- ✓ Számítógép, projektor

**5. Tanterv évfolyamokra és témakörökre lebontva**

**9.évfolyam**

<b>Heti óraszám: 4</b>	
1. Gondolkodási módszerek	0 óra
2. Aritmetika, algebra	70 óra
3. Geometria	44 óra
4. Függvények és sorozatok	30 óra
5. Statisztika és valószínűség	0 óra
<b>Éves óraszám: 144</b>	

Témakör	2. Aritmetika, algebra	Órakeret 70 óra
<b>Előzetes tudás</b>	alpműveletek elvégzése a racionális számkörben, zárójelek használata, prímszám, összetett szám fogalma, oszthatósági szabályok, hatvány fogalma, arány, egyenes és fordított arányosság fogalma, százalékalap, -láb, -érték fogalma, egyszerű elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– műveletek elvégzésének rutinszerűvé válása;</li> <li>– számológép magabiztos használata;</li> <li>– számhalmazok épülésének ismerete a természetes számoktól a valós számokig;</li> <li>– műveletek közötti hierarchia alkalmazása;</li> <li>– racionális számok felírása tizedes tört és közös nevezőes tört alakban;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;</li> <li>– példákat tud irracionális számokra;</li> <li>– egész kitevőjű hatvány fogalmának és a hatványozás azonosságainak ismerete és alkalmazása;</li> <li>– egyszerű algebrai azonosságok alkalmazása;</li> <li>– algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával;</li> </ul>	

BGSzC Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági Technikum  
Matematika Helyi Tanterv

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– százalékszámítással kapcsolatos feladatok elvégzése;</li> <li>– egyenes és a fordított arányosság felismerése;</li> <li>– elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása mérlegelvével;</li> <li>– elsőfokú egyenlőtlenések és elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldása;</li> <li>– egyenletek megoldásának ellenőrzése behelyettesítéssel.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
N, Z, Q, Q* számhalmazok és műveletek közötti kapcsolat	Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata. A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig. Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete. Példák irracionális számokra. Számhalmazok műveleti zártága. Tizedes törtek átírása közöséges tört alakba és viszont.	
Műveleti sorrend	Műveletek közötti hierarchia alkalmazása.	
Számok abszolút értéke, ellentettje, reciproka	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval). Abszolút érték és ellentett, ellentett és reciprokok közötti különbség. Számegyenesen való szemléltetés.	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Hatványozás 0, pozitív egész és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése	
A hatványozás azonosságai.	Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén.	
Számelmélet elemei. Számelmélet alaptétele. Oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidész, Mersenne, Euler, Fermat; néhány számelméleti fogalom fejlődésének története (pl. tökéletes szám, ikerprím, prímkétszám).	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Számolás osztási maradékokkal. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása. Számok felírása különböző alapú számrendszerekben.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása. Egynemű és többnemű kifejezések.	

BGSzC Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági Technikum  
Matematika Helyi Tanterv

Algebrai kifejezések összevonása és szorzattá alakítása.	Kiemelés. Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa	
$(a \pm b)^2$ polinom alakja, $a^2-b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). A tanult nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika</i> : számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia</i> : képletek értelmezése.
Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel és grafikusán. Egyenlet megoldásának ellenőrzése. Nyílt- és zártintervallum.	Ismeretek felidézése. Intervallumok ismétlése, ábrázolása számegyenesen.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere).	<i>Fizika</i> : kinematika, dinamika.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek megoldása.	Definíciókra való emlékezés.	
Arány fogalma. Egyenes és fordított arányosság.	Egyenes és fordított arányosság ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Egyenes és fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése. Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből.	
Százalékszámítás. Alap, láb és érték kiszámítása.	Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása	
<b>Fogalmak</b>	racionális szám, természetes szám, egész szám, irracionális szám, valós szám; abszolút érték, ellentett, reciprok; hatvány, hatványalap, hatványkitevő, normálalak; osztó, többszörös, prím szám, összetett szám, relatív prím, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös; összeg, tag, szorzat, tényező, polinom, együttható, azonosság, értelmezési tartomány; egyenlet, egyenlőtlenség; százalékalap, -láb, -érték, arány, egyenes és fordított arányosság; nyílt intervallum, zárt intervallum, alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek</li> <li>– Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel</li> <li>– Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával</li> <li>– Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről</li> <li>– Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában</li> <li>– „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata</li> <li>– Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése</li> <li>– A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése</li> <li>– Számolási „tűkkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, <math>99 \cdot 101</math> típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben</li> <li>– Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével</li> <li>– Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével</li> <li>– Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése</li> <li>– Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</li> <li>– Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</li> <li>– Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</li> <li>– Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</li> </ul>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Témakör	3. Geometria	Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tájékozódás a síkban és a térben;</li> <li>– pont, egyenes, sík és szög fogalmának ismerete;</li> <li>– nevezetes szögpárok tulajdonságainak alkalmazása;</li> <li>– geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban;</li> <li>– háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatok alkalmazása;</li> <li>– a speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;</li> <li>– speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai;</li> <li>– alapszerkesztések végrehajtása hagyományos és digitális eszközökkel;</li> <li>– egyszerű vektorműveletek szerkesztése, alkalmazása feladatok megoldásában;</li> <li>– síkbeli egybevágósági transzformációk és tulajdonságaik ismerete;</li> <li>– egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában;</li> <li>– gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parketázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata);</li> <li>– a szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.</li> </ul>	
Témák	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Mértékváltás	hosszúság, űrtartalom, idő mértékegységeit és átváltási szabályok, származtatott mennyiségek átváltása	<i>Fizika, kémia</i>
Geometriai alapfogalmak. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok. Vázlat készítése. Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban. Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása	

BGSzC Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági Technikum  
Matematika Helyi Tanterv

Szögek értelmezése. Szögek fajtái. Nevezetes szögpárok. Szögfok, -perc, -másodperc átváltása	Szögek csoportosítása nagyságuk szerint. Nevezetes szögpárok felismerése, alkalmazása egyszerű állítások, tételek bizonyításában.	
Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, párhuzamos szerkesztése	Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos és digitális eszközökkel euklideszi módon. Szakaszfelező merőleges és szögfelező, mint pont-halmazok tulajdonságainak ismerete.	
Háromszögek csoportosítása oldalaiuk illetve szögeik szerint. Speciális háromszögek tulajdonságai.	Szabályos, egyenlőszárú, általános háromszögek Hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű háromszög	
Alapvető összefüggések háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között	Belső és külső szögek összege. Háromszög egyenlőtlenség. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van... Külső szög egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelvező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása. Beírt és körülírt kör középpontjára vonatkozó tételek bizonyítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Egybevágósági transzformációk: A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	Példák geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés), A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. Egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükrképének, pont körüli elforgatottjának, párhuzamosan eltoló képének hagyományos és digitális eszközzel való megszerkesztése.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Háromszögek és négyszögek egybevágósága	Háromszög egybevágóság alapesetei. Négyszögek egybevágósága.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Konvex és konkáv négyszögek.	Fogalomalkotás.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztésment, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés. Geometriai szerkesztési feladatoknál a szerkeszthetőség feltételeinek vizsgálata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektorok szorzása valós számmal.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).

<b>Fogalmak</b>	pont, egyenes, sík, szögtartomány, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsháromszögek, egyállású szögek, váltószögek; szakaszfelező merőleges, szögfelező, szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög; oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör; trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex, konkáv; tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése</li> <li>– Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése</li> <li>– Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közeli-tőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése</li> <li>– A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában</li> <li>– Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan</li> <li>– Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés</li> <li>– A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása, mint két tengelyes tükrözés egymásutánja</li> <li>– M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása</li> <li>– A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</li> <li>– A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénz-forgató, színezős) páros munkában</li> </ul>

<b>Témakör</b>	<b>4. Függvények és sorozatok</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	halmazok; hozzárendelés fogalma, grafikonok készítése, olvasása; összetartozó függvényértékek kiszámítása, táblázatkészítése; pont ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li> <li>– adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli;</li> <li>– megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;</li> <li>– adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;</li> <li>– táblázattal megadott függvény összetartozó értékeinek ábrázolása koordináta-rendszerben;</li> <li>– a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait;</li> <li>– függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására;</li> <li>– lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Hozzárendelés fogalma. Függvény fogalma. A függvény megadási módja, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű. Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete. Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése. Függvények ábrázolása táblázat alapján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.

	<p>Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására.</p> <p>A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása</p> <p>Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.</p>	
<p>A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p>	<p>Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően.</p> <p>Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján.</p> <p>Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.</p>	<p><i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.</p>
<p>Az abszolútérték függvény grafikonja, tulajdonságai.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	
<p>A fordított arányosság függvény grafikonja, tulajdonságai.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Függvénytranszformációk</p>	<p>Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: <math>f(x) + c</math>, <math>f(x + c)</math>, <math>c \cdot f(x)</math>, <math> f(x) </math></p>	
<p>Inverz függvény fogalma, grafikonja</p>	<p>Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása</p>	
<p>Függvények alkalmazása.</p>	<p>Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata.</p> <p>Számítógépes program alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.</p>	<p>Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p> <p>Számítógépes program használata.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.</p>
<p><b>Fogalmak</b></p>	<p>függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, függvénytranszformáció, meredekség, grafikus megoldás</p>	
<p><b>Javasolt tevékenységek</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában</li> <li>– Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)</li> <li>– A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)</li> <li>– Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével</li> <li>– Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával</li> <li>– Szöveges feladatok megoldása grafikus úton</li> <li>– Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével</li> </ul>	

## 10. évfolyam

<b>Heti óraszám: 4</b>	
1. Gondolkodási módszerek	28 óra
2. Aritmetika, algebra	40 óra
3. Geometria	40 óra
4. Függvények és sorozatok	12 óra
5. Statisztika és valószínűség	24 óra
<b>Éves óraszám: 144</b>	

Témakör	1. Gondolkodási módszerek	Órakeret 28 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra. Számhalmazok ismerete természetes számoktól a valós számokig. Halmazba rendezés több szempont alapján. Halmazok ábrázolása Venn-diagramon. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Ágrajz készítése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bontása, osztályozása;</li> <li>– halmazokat különböző módokon való megadása;</li> <li>– halmazokkal műveletek elvégzése, ábrázolása és értelmezése;</li> <li>– adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;</li> <li>– a tagadás műveletének alkalmazása egyszerű feladatokban;</li> <li>– az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentés ismerete és alkalmazása;</li> <li>– a „minden” és „van olyan” kifejezések helyes használata;</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modell választása és megoldása a kiválasztott modellben;</li> <li>– sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megoldása gráfok segítségével;</li> <li>– véges halmazok elemszámának meghatározása;</li> <li>– logikai szita alkalmazása;</li> <li>– gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására;</li> <li>– gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában;</li> <li>– kommunikáció, együttműködés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.</li> </ul>	
Témák	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazelméleti alapfogalmak. Halmaz megadása különböző módon. Halmazok ábrázolása	Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával. Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése (Venn-diagram)	
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal. Szemléletes kép végtelen halmazokról.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése. Diszjunkt halmazok.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés. Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.

	Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése	
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok közötti kapcsolatok.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen. Irracionális számok szemléltetése.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése. Műveletek intervallumokkal.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása.	
Logikai érték, igazságtáblázat. „minden” és „van olyan” Logikai műveletek: „nem”, „és”, kizáró és megengedő „vagy”	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentés-tartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben Egyszerűbb excel programbeli függvények és a logikai műveletek kapcsolata	<i>Informatika:</i> excel program függvényei
Halmazműveletek és logikai műveletek közötti kapcsolat. Logikai szita. Szöveges feladatok.	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés. Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Egyszerű sorbarendezési és leszámplálós feladatok. Esetszétválasztási elv.	Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában Összeszámplálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában	

<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Fokszámok összege és élek száma közötti összefüggés. Egyszerű hálózat szemléltetése, fa gráf Sorba rendezés szemléltetése gráffal</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p><b>Fogalmak</b></p>	<p>alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, részhalmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, véges és végtelen halmaz, nyílt és zárt intervallum, logikai szita, tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy...”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle, csúcs fokszáma gráfban, fa gráf</p>	
<p><b>Javasolt tevékenységek</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása</li> <li>– Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása</li> <li>– A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitálalása különböző tulajdonságok alapján</li> <li>– Barkochba játék</li> <li>– A „végtelen szálloda” mint modell</li> <li>– Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával</li> <li>– „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására</li> <li>– „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában</li> <li>– Lovagok és lóköltők országa</li> <li>– Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”</li> <li>– Stratégiai és logikai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok</li> <li>– Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</li> <li>– Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámllálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával</li> <li>– Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására</li> <li>– Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal</li> <li>– Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása</li> <li>– Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása</li> <li>– Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása</li> <li>– Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal</li> <li>– Adott gráfhhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</li> </ul>	

Témakör	2. Aritmetika, algebra	Órakeret 40 óra
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Nevezetes azonosságok. Szorzattá alakítás. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése;</li> <li>– valós számok adott jegyre kerekítése;</li> <li>– valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;</li> <li>– egyenletek megoldását behelyettesítéssel, érték-készlet-vizsgálattal ellenőrzi;</li> <li>– megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot;</li> <li>– elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok);</li> <li>– számológép használata.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Nevezetes azonosságok felelevenítése. Teljes négyzeté alakítás kiegészítéssel.	Ismétlés, felelevenítés. Teljes négyzeté alakítás módszere.	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Gyöktelenítés.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzeté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata. Számológép használat.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközzel való használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, érték-készlet, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközzel való használata.	
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása). Szöveges szá-	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika <i>Kémia:</i> százalékos keverékes feladatok

Első- és másodfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok	<p>mítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetősége?).</p> <p>Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)</p> <p>Elsőfokú és másodfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p>
<b>Fogalmak</b>	négyzetgyök, másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából</li> <li>– Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata</li> <li>– Nyílt végű problémák megoldása</li> <li>– Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</li> <li>– Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata</li> <li>– Nyílt végű problémák megoldása</li> <li>– Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</li> <li>– Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve</li> <li>– Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során</li> <li>– Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.</li> </ul>	

<b>Témakör</b>	<b>3. Geometria</b>	<b>Órakeret 40 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– kiszámítja háromszögek területét;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását;</li> <li>– ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;</li> <li>– átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát;</li> <li>– kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat;</li> <li>– származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát;</li> <li>– ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;</li> <li>– ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;</li> <li>– a hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Mértékváltás	hosszúság, terület, idő, súly, űrtartalom mértékegységei és azok átváltási szabályai	<i>Fizika, Kémia</i>
Pitagorasz-tétel és megfordítása. A tétel alkalmazásai.	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása. Pitagorasz-tétel bizonyítása	<i>Fizika: vektor felbontása merőleges összetevőkre.</i>
Háromszög területe Speciális háromszögek, szimmetrikus sokszögek, területszámítása, beírható és körülírt körök sugarának számítása.	Heron-képlet, $\frac{a \cdot m_a}{2}$ , $rs$ , $\frac{abc}{4R}$ Háromszögek területével kapcsolatos számítási feladatok	
Négyszögek területe	Speciális négyszögek területével kapcsolatos számítási feladatok	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása	
Síkidomok kerületének és területének számítása. Sokszögek területe átdarabolással.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz: felszínszámítás.</i>
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körselet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete. Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak	<i>Fizika: körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. Vizuális kultúra: építészeti stílusok.</i>
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika: körmozgás sebessége, szögsebessége. Földrajz: távolság a Föld két pontja között.</i>
A szög mérése. A szög ívmértéke. Kerületi, középponti szögek kapcsolata	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.</i>
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
Kör, körcikk, körgyűrű és körselet területének és kerületének kiszámítása		
Thalész tétele és megfordítása. A tétel bizonyítása.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Húrnégyszög és érintő-négyszög fogalma, tulajdonságai		
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</i>

A hasonlósági transzformáció.		
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell. Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek területének aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test kerülete és területe, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense definíciója	Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagorasz-i összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A hegyesszögek szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
<b>Fogalmak</b>	konvex sokszög, szabályos sokszög, kerület, terület, középponti szög, kerületi szög, kör, sugár, átmérő, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, szelő, húr, érintő, érintőszakaszok, húrnégyszög, érintőnégyyszög, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában</li> <li>– A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-i tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával</li> <li>– Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással</li> <li>– A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</li> <li>– Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása</li> <li>– A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában</li> <li>– Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján</li> </ul>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Témakör	5. Függvények és sorozatok	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Elemi függvények tulajdonságai. Függvénytranszformációk.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Másodfokú függvény és négyzetgyök függvény grafikonja, tulajdonságai</li> <li>– Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján.</li> <li>– A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.</li> <li>– Másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása grafikusán</li> <li>– Négyzetgyökös egyenlet megoldása grafikusán</li> </ul>	
Témák	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Másodfokú függvény és egyenlet kapcsolata	Diszkrimináns-zérushely, szélső érték-teljes négyzet...	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ( $x \geq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai és transzformációi	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengés-ideje.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer, egyenlőtlenség grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
<b>Fogalmak</b>	másodfokú függvény, négyzetgyök függvény, parabola	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése</li> <li>– Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével</li> <li>– Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során</li> </ul>	

Témakör	5. Statisztika és valószínűség	Órakeret 24 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	

<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;</li> <li>– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;</li> <li>– hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése;</li> <li>– adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel;</li> <li>– konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása;</li> <li>– kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont;</li> <li>– számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában;</li> <li>– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;</li> <li>– tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;</li> <li>– véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz;</li> <li>– a klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása;</li> <li>– diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel.</li> </ul>	
<p><b>Témák</b></p>	<p><b>Fejlesztési követelmények</b></p>	<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdigram, vonaldiagram).</p>	<p>Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból. Együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel. Számítógép használata.</p>	<p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás.</p>	<p>A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok. Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel. A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések.</p>	<p><i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. Gyakoriság, relatív gyakoriság.</p>	<p>A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban. Valószínűségi kísérletek elvégzése gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.</p>
<p>Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.</p>	<p>A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.</p>	<p><i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.</p>

Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
Valószínűség fogalma	A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Diszkrét valószínűség-eloszlás	Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel	
<b>Fogalmak</b>	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás; valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése</li> <li>– A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában</li> <li>– Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel</li> <li>– Értékelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért</li> <li>– Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében</li> <li>– Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján</li> <li>– Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása</li> <li>– Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére</li> <li>– Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása</li> <li>– Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján</li> <li>– Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása</li> </ul>	

A következő két évfolyam táblázatában szereplő ismeretek és követelmények összefoglalják a középszintű és az emelt szintű tananyagot, valamint az óraszámokat is. A középszintnek megfelelő anyagrészt a kerettanterv alapján került meghatározásra kisebb módosításokkal. A kerettantervben meghatározott 11. évfolyamos tananyag egy részét a 9-10. évfolyamon tanítjuk, mivel ezen a két évfolyamon a matematika tanítása heti 4 órában folyik, a kerettanterv azonban heti 3 órára készült. Az emelt szintű többlet tananyag a részletes érettségi követelmények figyelembevételével került meghatározásra. A technikai kerettanterv heti 3 órában állapítja meg a 11. és 12. évfolyam matematika óraszámát. Az iskolai helyi órakeret az utolsó két évfolyamon az emelt szintű csoportban a törvényi előírásnak megfelelően kiegészítve, az utolsó két évben heti 5 órában folyik a matematika oktatás. A táblázatban *dőlt, félkövér betűvel és zöld színnel jelennek meg a speciálisan emelt szintű követelmények*. A normál betűs részek természetesen az emelt szint követelményeihez is hozzátartoznak!

## 11. évfolyam

Heti óraszám	Középszint	Emelt szint
	3 óra	5 óra
1. Gondolkodási módszerek	20 óra	20 óra
2. Aritmetika, algebra	20 óra	40 óra
3. Geometria	32 óra	60 óra
4. Függvények és sorozatok	6 óra	30 óra
5. Statisztika és valószínűség	30 óra	30 óra
<b>Éves óraszám:</b>	<b>108 óra</b>	<b>180 óra</b>

Témakör	1. Gondolkodási módszerek	Órakeret	
		középszint 20 óra	emelt szint 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	logikai műveletek negáció, diszjunkció, konjunkció, implikáció, ekvivalencia leszámítási feladatok, esetszétválasztási elv		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</li> <li>– tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani;</li> <li>– logikai kifejezések megfelelő használata;</li> <li>– megfogalmazza adott állítás megfordítását;</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</li> <li>– matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása;</li> <li>– binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása számológéppel;</li> <li>– mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül.</li> </ul>		
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	

BGSzC Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági Technikum  
Matematika Helyi Tanterv

„ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékének meghatározása	tudja a különbséget a két típusú állítás között	<i>Informatika: programozás Közgazdaság (pl. ár és kereslet kapcsolata)</i>
logikai játékok	nyerési stratégiák	
állítások megfordítása	Adott állítás megfordításának megfogalmazása „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása	<i>Informatika (excel)</i>
Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása	A matematikai bizonyítás fogalma, felépítése, módszerei	
Permutáció (ismétlés nélküli és ismétléses) Faktoriális	Sorba rendezési feladatok $n! = \dots$	
Variáció (ismétlés nélküli és ismétléses)	Kiválasztási feladatok	
Binomiális együttható <i>Tulajdonságaik.</i> Pascal háromszög <i>Binomiális tétel</i>	Jelentése, kiszámítása (számológép használata)	
Kombináció (ismétlés nélküli)	Kiválasztási feladatok	
<i>Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, kombináció, variáció, képletei, bizonyítások</i>		
Mintavételes feladatok	Visszatevéssel és visszatevés nélkül legalább, legfeljebb típusú feladatok	
<b>Fogalmak</b>	„ha ... , akkor ...” , „akkor és csak akkor” faktoriális, permutáció, variáció, binomiális együttható, kombináció, Pascal háromszög, <i>binomiális tétel</i>	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével</li> <li>– Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</li> <li>– Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”</li> <li>– Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok</li> <li>– Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</li> <li>– Anagramma készítése a tanulók neveiből</li> <li>– A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása</li> <li>– A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványokban szereplő együtthatók segítségével</li> <li>– Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</li> <li>– Visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</li> </ul>	

Témakör	2. Aritmetika, algebra	Órakeret	
		középszint 20 óra	<i>emelt szint</i> <i>40 óra</i>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li> <li>– adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli;</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;</li> <li>– egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;</li> <li>– megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>harmadfokú azonosságok</i>	<i><math>(a+b)^3</math>, <math>a^3-b^3</math> stb.</i>	
<i>magasabbfokú egyenletek</i>	<i>új változók bevezetése</i>	
<i>reciprok egyenletek</i>		
<i>paraméteres egyenletek</i>	<i>elsőfokú paraméteres egyenletek másodfokú paraméteres egyenletek, gyökök száma, négyzetösszege Viète formulák</i>	
<i>abszolút értékes egyenletek</i>	<i>két abszolút értéket tartalmazó egyenletek megoldása esetszétválasztással</i>	
<i>gyökös egyenletek</i>	<i>két gyököt tartalmazó egyenletek megoldása kikötések összevetése, értékészlet vizsgálat</i>	
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása	
Hatványozás pozitív alap, racionális és <i>irracionális</i> kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. <i>Összetett exponenciális egyenletek</i>	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia: radioaktivitás. Földrajz; biológia-egészségtan: globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.</i>
A logaritmus értelmezése.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: zajszenyezés. Kémia: pH-számítás. Fizika: Kepler-törvények.</i>
Áttérés más alapú logaritmusra	Csak 10-es alapú logaritmus számolására alkalmas számológép használata	
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia: számítási feladatok.</i>
A logaritmus azonosságai <i>bizonyítással</i>	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	

Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek	Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése	
Exponenciális folyamatok vizsgálata	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: biológiai, ökológiai, pénzügyi - befektetés, hitel, értékcsökkenés - , demográfiai - népesség alakulása, fizikai - radioaktivitás). A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszeny-nyezés. <i>Kémia:</i> radioaktív izotópok, kor-meghatározás <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet. <i>Fizika</i> <i>Közgazdaságtan</i>
<i>Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i>		<i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Földrajz:</i> földrengés
<b>Fogalmak</b>	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt</li> <li>– Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában</li> <li>– Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</li> <li>– 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</li> <li>– Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</li> <li>– Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</li> </ul>	

Témakör	3. Geometria	Órakeret	
		középszint 32 óra	<i>emelt szint</i> <i>60 óra</i>
<b>Előzetes tudás</b>	Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak (nevezetes vonalak, pontok, terület, tételek), vektorműveletek a síkban		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;</li> <li>– ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;</li> <li>– ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;</li> <li>– alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;</li> <li>– a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;</li> <li>– kiszámítja háromszögek területét;</li> <li>– ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;</li> <li>– átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt;</li> <li>– szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével;</li> <li>– ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;</li> <li>– ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;</li> <li>– alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;</li> <li>– megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;</li> <li>– koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;</li> <li>– egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;</li> <li>– kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;</li> <li>– megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Tompaszögek szögfüggvényei	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.	<i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Szögfüggvények alkalmazása konkrét számolási feladatokban Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével	Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével. A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása.	
<i>Szögfüggvények kiterjesztése</i>	Számolási feladatok 180-nál nagyobb szögek esetén	
Szinusztétel és bizonyítása		
Koszinusztétel <i>bizonyításal</i>	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	
Pitagoraszai összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és pótszöge, illetve a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként. <i>Addíciós képletek, többszörös szögek közötti kapcsolatok</i>	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
<i>Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet. Összetett trigonometrikus egyenletek</i>	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Helyvektor. <i>Bázisvektorok</i>	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).

A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, <b>harmadoló pontjának, <math>m:n</math> arányú osztás</b> , a háromszög súlypontjának koordinátái. <b>bizonyítással</b>	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika</i> : hely megadása.
Két pont távolsága, a vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika</i> : út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
<b>A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.</b>	<b>Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.</b>	
Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele meredekségek alapján	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja <b>Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</b>	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
<b>A kör adott pontjában húzott érintője.</b>	<b>A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.</b>	<b><i>Informatika</i>: pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</b>
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű <b>(összetett)</b> síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika</i> : égitestek pályája.
<b>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</b>	<b>A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</b>	<i>Fizika</i> : mechanikai munka, mágneses fluxus.
<b>Körhöz külső pontból húzott érintő szerkesztése és számolása</b> <b>Két kör kölcsönös helyzete</b>	<b>Thalesz kör, másodfokú egyenletrendszer</b> <b>Külső-belső érintő körök</b>	
<b>Parabola egyenletek, fókusz, vezéregyenes</b> <b>Parabola és egyenes kölcsönös helyzete</b>	<b>Érintő különleges definíciója</b>	<i>Fizika</i> : tükrök, antenna
<b>Fogalmak</b>	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	

<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése</li> <li>– Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</li> <li>– Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában „Torpedójáték” koordináta-rendszerben</li> <li>– Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</li> <li>– Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</li> <li>– Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</li> <li>– Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</li> <li>– „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével</li> <li>– „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</li> </ul>
-------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Témakör	4. Függvények és sorozatok	Órakeret	
		középszint 6 óra	emelt szint 30 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás, függvénytranszformációk, <i>szögfüggvények kiterjesztése</i>		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol.		
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Exponenciális függvény	Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai		
<i>A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.</i>			
<i>A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.</i>		<i>Fizika; kémia: radioaktivitás.</i>	
<i>Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).</i>	<i>A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.</i>	<i>Fizika: periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</i>	
<i>A trigonometrikus függvények transzformációi: <math>f(x)+c</math>, <math>f(x+c)</math>, <math>cf(x)</math>, <math>f(cx)</math></i>	<i>Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.</i>	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i>	
<b>Fogalmak</b>	exponenciális függvény, <i>logaritmus függvény, logaritmus függvény, paritás, periódus</i>		
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</li> <li>– Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</li> <li>– <i>Trigonometrikus függvények transzformációinak ábrázolása dinamikus szoftve- rek segítségével</i></li> </ul>		

Témakör	5. Statisztika és valószínűség	Órakeret	
		középszint 30 óra	emelt szint 30 óra
Előzetes tudás	statisztikai mutatók, diagrammok; kombinatorikai fogalmak, klasszikus számítási modell		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;</li> <li>– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;</li> <li>– felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén;</li> <li>– reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete;</li> <li>– hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése;</li> <li>– statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal;</li> <li>– példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre;</li> <li>– elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására;</li> <li>– példák ismerete független és nem független eseményekre;</li> <li>– a klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása;</li> <li>– a geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása;</li> <li>– valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén;</li> <li>– a várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban;</li> <li>– pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat);</li> <li>– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.</li> </ul>		
Témák	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Reprezentatív minta Kvartilisek	A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal		
Sodrófa diagramm	Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése		
Eseménytér, elemi esemény Kizáró és független események	Relatív gyakoriság, valószínűség		
Klasszikus valószínűségi modell	Laplace-képlet (kedvező események száma osztva az összes események számával)		
Geometriai valószínűség	Egy és kétdimenziós – céltáblás és „találkozási”-feladatok”		
Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén a valószínűség meghatározása	Adott sorrend kihúzása, $n$ -ből $k$ darab kihúzása komplementer események legalább, legfeljebb típusú feladatok		
Független események valószínűsége	Szorzási szabály		
Várható érték	Diszkrét eloszlás esetén Konkrét feladatok esetén (pl. kockadobás, szerencsejátékok)		
Biztosítás	Befektetések megtérülése, kockázata		

<i>Binomiális és hipergeometrikus eloszlás</i>		
<b>Fogalmak</b>	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek; események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</li> <li>– Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</li> <li>– A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</li> <li>– Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</li> <li>– Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</li> <li>– Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</li> <li>– Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</li> <li>– Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével</li> <li>– Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása</li> <li>– Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</li> <li>– Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</li> </ul>	

## 12. évfolyam

Heti óraszám	Középszint	Emelt szint
	3 óra	5 óra
1. Gondolkodási módszerek	0 óra	0 óra
2. Aritmetika, algebra	0 óra	0 óra
3. Geometria	25 óra	35 óra
4. Függvények és sorozatok	18 óra	21 óra
5. Statisztika és valószínűség	0 óra	0 óra
6. Analízis elemei	0 óra	39 óra
7. Rendszerező összefoglalás	50 óra	60 óra
<b>Éves óraszám:</b>	<b>93 óra</b>	<b>155 óra</b>

Témakör	3. Geometria	Órakeret	
		középszint 25 óra	emelt szint 35 óra
<b>Előzetes tudás</b>	háromszögek, négyszögek kerülete, területe, térelemek kapcsolata, távolsága, hasonlóság		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;</li> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat, származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;</li> <li>– lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;</li> <li>– kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.</li> </ul>	
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Egyenes és sík, sík és sík távolsága, hajlásszöge	Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	
Mértékegység átváltási feladatok	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	<i>Fizika: SI rendszer</i>
<i>Felszín és térfogat definíciója, axiomatikus felépítés</i>	<i>Terület és térfogategység Additív tulajdonság</i>	
Hasáb	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Testháló lerajzolása konkrét esetekben Felszín és térfogat meghatározása méréssel és számítással	
Hasáb lap és testátlója	<i>Nem négyszög alapú hasáb esetén is testátló számolása</i>	
Henger	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Kiterített palást adatainak ismerete Felszín és térfogat meghatározása méréssel és számítással Tengelymetszetből a henger adatainak meghatározása	
Gúla	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Három és négyoldalú szabályos gúla, oldallap és alaplap, oldalél és alaplap szöge <i>n-oldalú szabályos gúla, szabályos tetraéder oldallapok szöge</i>	
Kúp	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Kiterített palást adatainak ismerete Felszín és térfogat meghatározása számítással Tengelymetszetből a kúp adatainak meghatározása	
Gömb	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Felszín és térfogat meghatározása számítással Síkmetesz sugara, távolsága a középponttól	
Csonkagúla	<i>Három</i> és négyoldalú szabályos gúla, oldallap és alaplap, oldalél és alaplap szöge Felszín és térfogat meghatározása számítással	
Csonkakúp	Tulajdonságok ismerete és alkalmazása hétköznapi életben előforduló testekkel Felszín és térfogat meghatározása számítással	
<i>Csonka gúla vagy csonka kúp térfogatának levezetése</i>		

Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása	Négyzet és téglalap forgatása → henger Szimmetrikus háromszög forgatása → kúp <i>Nem szimmetrikus háromszög forgatása</i> Derékszögű trapéz forgatása az alapokra merőleges szár körül <i>Általános trapéz forgatása valamelyik alap körül</i>	
Hasonlóság alkalmazása csonkatestek esetén <i>m:n arányú testfelbontás</i>	A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása	
<b>Fogalmak</b>	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test háló, térelemek hajlásszöge	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Hétköznapi tárgyak (üdítős doboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékekkel</li> <li>– A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</li> <li>– Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén</li> <li>– Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</li> <li>– A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal</li> <li>– Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai</li> </ul>	

Témakör	4. Függvények és sorozatok	Órakeret	
		középszint 18 óra	emelt szint 21 óra
<b>Előzetes tudás</b>			
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;</li> <li>– a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;</li> <li>– a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;</li> <li>– mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.</li> </ul>		
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Általános sorozatok	A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval		
<i>A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Mat.történet: Fibonacci.</i>	<i>Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.</i>	<i>Informatika: problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</i>	
Számtani sorozat	Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása		
Mértani sorozat	Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege		

	Mértani sorozat első $n$ tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása	
	<i>A számtani sorozat, mint lineáris függvény és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.</i>	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
	<i>Számtaniból mértani illetve mértaniból számtani sorozat</i>	
Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása	Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i>
<b>Fogalmak</b>	számsorozat, számtani és mértani sorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</li> <li>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</li> <li>A saktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</li> <li>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</li> </ul>	

Témakör	6. Az analízis elemei	Órakeret	
		középszint 0 óra	emelt szint 39 óra
<b>Előzetes tudás</b>	függvények határértéke, monotonitás függvények, értelmezési tartomány, értékkészlet, szélsőérték, korlátosság, monotonitás		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<i>ismeri a konvergens és divergens sorozat fogalmát tud egyszerű sorozatoknak határértéket számolni egyszerű sorozatok esetén megállapítja a monotonitást ismeri a felső és alsó korlát fogalmát és meg is tudja határozni epsilon sugarú környezet, küszöbindex Összetett függvények elemzése, valószínűségi folyamatok modellezésének lehetőségei Primitív függvény Területszámítás, görbe vonallal határolt síkidomok. Térfogat számítás, forgástestek</i>		
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<i>Konvergens sorozatok</i>	<i>képlettel megadott sorozatokhoz határérték számítás</i>		
<i>Konvergens és speciális divergens sorozatok</i>	<i>monotonitás és korlátosság vizsgálat küszöbszám keresés</i>		
<i>Függvény határérték és folytonosság</i>			
<i>Differenciál hányados</i>	<i>geometriai jelentés, változási sebesség</i>	<i>Fizika: sebesség, gyorsulás</i>	
<i>Deriválási képletek</i>	<i>polinom, trigonometrikus-, exponenciális-, logaritmusos függvények, szorzat, hányados, összetett függvény</i>		
<i>Monotonitás vizsgálat</i>	<i>szélsőértékek</i>		

<i>Konvexitás vizsgálat</i>	<i>inflexiós pont</i>	
<i>Teljes függvény vizsgálat</i>		
<i>Integrálási képletek</i>	<i>Elemi függvények integrálása</i>	
<i>Határozott integrál Newton-Leibniz tétel</i>		<i>Földrajz: földmérés</i>
<i>Területszámítás integrál segítségével</i>	<i>A tanulók értsék és tudják alkalmazni a határozott integrál és a terület közti kapcsolatot. Pozitív és „negatív” terület</i>	
<i>Térfogatszámítás</i>	<i>Forgástestek (gömb térfogata)</i>	
<b>Fogalmak</b>	<i>konvergencia, küszöbszám első és másodrendű derivált, szélsőérték hely, inflexió, primitív függvény, határozott integrál</i>	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<i>- számsorozatokból képletek kitalálása - rekurzív képletek gyártása - összefoglaló táblázat (<math>f(x), f'(x), f''(x)</math>) és grafikon készítése - elemi függvények ábrázolása a közbezárt területük meghatározására</i>	

Témakör	7. Rendszerező összefoglalás	Órakeret	
		középszint 50 óra	emelt szint 60 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A 9-12. évfolyam anyaga		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- gyorsan és magabiztosan tudjon feladattípust beazonosítani</li> <li>- felhasználható adatok kigyűjtése</li> <li>- négyjegyű függvénytáblázat, számológép magabiztos használata</li> <li>- különböző feladat típusok közötti gyors váltás</li> <li>- hosszabb időt igénylő feladatok megoldása a koncentráció növelésére</li> <li>- mértékegységek, válaszok pontos megadása, ellenőrzés fontossága</li> <li>- <i>szóbeli felelet időbeosztásának gyakorlása</i></li> </ul>		
<b>Témák</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<b>Fogalmak</b>	A 9-12. évfolyam anyagának kulcsfogalmai		
<b>Javasolt tevékenységek</b>	vegyes feladatsorok megoldása <i>szóbeli tételek kidolgozása, tétel bizonyítások</i>		

A jelenleg hatályos jogszabályok és kerettanterv alapján a matematika tantárgy oktatása a 9-12. évfolyamon történik. A 12. évfolyamon a diákok (előrehozott) érettségi vizsgát tehetnek. Ebben az esetben hiába 36 a tanítási hetek száma, az órák tervezésében 31 héttel számoltunk. Mivel nem kötelező a 12. évfolyam végén érettségizni, ezért lehet olyan diák, aki csak a 13. évfolyam végén szeretne érettségi vizsgát tenni matematikából. Illetve olyan is előfordulhat, hogy valakinek nem sikerül a 12. évfolyam végén levizsgáznia és 13. évfolyam végén kell majd javító érettségire jelentkeznie. Ezekben az esetekben a **13. évfolyamon** a szakmai órák keretén felül felhasználható szabad órakeretből biztosítunk majd egy **érettségire felkészítő foglalkozást**, vagy heti rendszerességgel vagy tömbösített formában, ahogy az igények és a lehetőségek megengedik. Ebben az esetben új ismeretek közlésére már nem kerül sor, csak az utolsó fejezetben említett rendszerező összefoglalás keretében kifejezetten érettségire felkészítő feladatokkal foglalkozunk.