

*A Budapesti Gazdasági Szakképzési Centrum
Károlyi Mihály Két Tanítási Nyelvű Közgazdasági Technikum*

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS – MATEMATIKA HELYI TANTERVE

*a két tanítási nyelvű osztály számára
gazdálkodás és menedzsment ágazaton
9Kny. évfolyam*

*Bevezetésre kerül felmenő rendszerben a
2020-2021-es tanévben a 9Kny évfolyamon.
Heti óraszám: 3*

Készítették: a matematika munkaközösség tagjai

Készült: 2020. július

1. A tantárgy tanulásának célja

Ez a tantárgy, pontosabban nevezzük inkább tanórai foglalkozásnak, felfogásában és kimeneti követelményeiben jelentősen eltér a közismereti vagy a szakmai tárgytól. Más tantárgyakban fontos eszköz a képességek használata és a tanítási-tanulási módszertan változatos alkalmazása, de itt a fenti eszköz kialakítása, fejlesztése a cél. Olyan képességeket fejlesztünk itt, ami látszólag csak az egyik legnehezebb tantárgynak kikiáltott, matematika tanulását segíti. Pedig ennél sokkal többről van szó. A matematikatanuláshoz szükséges képességek nem csak hogy nagyon jól fejleszthetők, hanem elengedhetetlenek más tantárgyak tanulásához, illetve ahhoz, hogy a diák beilleszkedjen környezetébe, valamint, hogy felnőttként a munkahelyi elvárásoknak is meg tudjon felelni. Ezt sokan nem tudják, sőt kételkedve fogadják, pedig nemzetközi és hazai tanulmányok is alátámasztják azt, hogy sokkal hasznosabb egy fiatal életében, ha adatok és készen kapott elvek helyett módszereket kap az információk begyűjtésére, rendszerezésére és megtanulja, hogyan kell ezeket az aktuális környezetben használni. A képességek fejlesztése sokszor együtt jár az érdeklődés felkeltésével, a látókör szélesítésével és a folyamatos fejlődés-tanulás igényének kialakulásával. Az ősember agya nem a bot és a fán lógó gyümölcs miatt kezdett nagyon fejlődni, hanem attól, hogy a botot eszközként használta a gyümölcs leveréséhez. Ennek a foglalkozásnak a lényege, hogy megmutassuk a diákoknak a botokat, amiket használhatnak, megmutassuk ennek az eszköznek a felhasználási módjait és végül a gyümölcsöket, amiket érdemes megszerezni.

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az előkészítő évfolyam feladata, hogy felkészítse a diákokat az önálló- és csoportmunkára, fejlessze a matematikatanuláshoz szükséges képességeket, pótolja az esetleges hiányosságokat és elsősorban megszerettesse a diákokkal a matematikát oly módon, hogy játékosan, érdekes – olykor kihívást jelentő – feladatok útján bemutassa a tantárgy szépségét és hasznosságát, továbbá, rácsáfoljon a tantárggyal kapcsolatban kialakult előítéletekre, tévhitekre.

Ez az év átmenetet képez az általános iskolában jellemző tanulás és tanítás és a 9–12. évfolyamokon jellemző oktatási és tanulási módszerek között. Felkészíti a tanulókat a matematika egyre inkább deduktív vá váló jellegére. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Elengedhetetlen része a matematika tanításának a matematika logikus és következetes felépítésének megmutatása. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja, mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. A tanítás módszereinek megválasztása teret enged a változatos, az adott csoporthoz alkalmazkodó differenciálásnak.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A következőkben a tantárgy keretein belül fejlesztendő matematikai kompetencia legfontosabb képesség- és készség komponenseit foglaljuk össze (Fábián és munkatársai 2004)

Készségek	Gondolkodási képességek	Kommunikációs képességek	Tudásszerző képességek	Tanulási képességek
<ul style="list-style-type: none"> • számlálás • számolás • mennyiségi következtetés • becslés • mérés • mértékegység-váltás • szöveges feladat megoldás 	<ul style="list-style-type: none"> • rendszerezés • kombinativitás • deduktív következtetés • induktív következtetés • valószínűségi következtetés • érvelés • bizonyítás 	<ul style="list-style-type: none"> • reláció szókincs • szövegértés • szövegértelmezés • térlátás, térbeli viszonyok • ábrázolás • prezentáció 	<ul style="list-style-type: none"> • problémaérzékenység (kérdések) • probléma reprezentáció • eredetiség, kreativitás • probléma megoldás • metakogníció 	<ul style="list-style-type: none"> • figyelem • rész-egész érzékelés • emlékezet • feladattartás • feladatmegoldási sebesség

A **készségek** fejlesztése már általános iskola alsó tagozatában megkezdődik és az általános iskola felső tagozatának végére be is fejeződik. A **képességek** nagy részének fejlesztése tehát lezárul az általános iskolás évek alatt. A középiskola feladata elvileg a valószínűségi következtetések és a probléma megoldás fejlesztése és a többi képességre támaszkodva magasabb szintű matematikai ismeretek tanítása.

A tapasztalatok azt mutatják, hogy a középiskolai matematika oktatás mérsékelt sikere és nehézsége elsősorban annak eredménye, hogy a szükséges kompetenciák, és ezzel együtt az ezek kialakulásához szükséges képességek, nem fejlődtek a megfelelő szintre az általános iskolában.

A körülmények úgy hozták, hogy olyan szerencsés helyzetben vagyunk, hogy a nyelvi előkészítő illetve a két tanítási nyelvű képzések előkészítő évfolyamain lehetőségünk nyílik ezen hiányosságok pótlására, a fent említett képességek kialakítására, fejlesztésére. Ennek részleteit tartalmazza a matematikai képességfejlesztés tantárgy a helyi tanterve.

Reményeink szerint az ezen az évfolyamon végzett munka meghozza gyümölcsét és kamatoztatni tudjuk a későbbi (9-12.) évfolyamok matematika oktatása során.

A tantárgy tanítása során számos kihívással kell szembe néznünk, hiszen a képességfejlesztés teljesen más módszereket, munkaformákat igényel. Ezen módszereket, tevékenységeket igyekeztünk összegyűjteni és a megfelelő témához kapcsolva felsorolni a tematikus részben. Úgy véljük, hogy a diákok szívesen fogadják ezeket a kevésbé kötött, rugalmasabb óravezetéseket, így a matematika

tantárgyhoz is közelebb kerülnek. A képességeik magasabb szintre fejlődésével megteremtjük annak lehetőségét, hogy kevesebb félelemmel, gátlással, több önbizalommal és sikerélménnyel tanulják a későbbi években a matematikát.

A matematika képességfejlesztő tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített alábbi kulcskompetenciákat fejleszti:

- ✓ A tanulás kompetenciái
- ✓ A kommunikációs kompetenciák
- ✓ A digitális kompetenciák
- ✓ A matematikai, gondolkodási kompetenciák
- ✓ A személyes és társas kapcsolati kompetenciák
- ✓ A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái
- ✓ Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák

9. kny évfolyam

A 9. kny évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretek elmélyítése, rögzítése és a kialakított készségek, képességek erősítése, fejlesztése történik. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi ismeretek különböző környezetben történő alkalmazása egy adott probléma több szempontból való vizsgálata.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést. Cél továbbá a kiemelkedő tehetségek azonosítása és fejlesztése, érdeklődési körüknek megfelelő támogatása.

A 9. kny évfolyamon megjelenő témakörök tartalma megegyezik a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmakkal, azonban életszerűbb, valóságosabb problémák megoldásán keresztül lehetőség nyílik azok elmélyítésére, maradandóvá válására. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

2. Ellenőrzés és értékelés

Az értékelés általános elvei és módszerei

Az értékelés legáltalánosabb alapelve, hogy az első órán meg kell ismertetni a diákokkal az értékelés szempontjait, világossá kell tenni az elvárásokat és ehhez következetesen tartanunk kell magunkat.

Hatékonyan nevelni és tanítani lehetetlen megfelelő ellenőrzési és értékelési eljárások nélkül, hiszen az ellenőrzés folyamatában nyert információkat elemezve alakíthatjuk ki további pedagógiai munkánk irányát, fő lépéseit. Az értékelés egy interakció kell legyen a tanár és diák közt, mely sosem lehet egyoldalú és nem szorítkozhat csupán az érdemjegyre. Fontos, hogy a számonkérés és értékelés során mindkét fél tanul. Egy jól kidolgozott értékelési rendszer segít az önreflexióban, a helyes önértékelés kialakításában, a jövőbeli munkafolyamat megtervezésében.

Az értékelés ezen kívül egy fontos motivációs eszköz, melynek minden esetben építő és nem romboló hatást kell kiváltani.

Ennek a tantárgynak az esetében kiemelkedően fontos a folyamatos visszajelzés a diákok számára, mert a cél a fejlődés. De ennek elvárt mértéke tanulónként változó. Így az értékelés elsősorban szubjektív és gyermekre szabott. Sok olyan tanuló van, akiknél a megértés, rögzítés és alkalmazás folyamata hosszabb időt igényel. Minden diák esetében a kiinduló állapotot kell figyelembe venni, és ahhoz viszonyítva kell értékelni az elért eredményt. Nem várhatjuk el, hogy mindenki ugyanazt a szintet érje el, hiszen máshonnan indult. Ami igazán számít, az a befektetett munka mennyisége és minősége, a motiváció és az akarás. A tanár feladata fenntartani a motivációt, a diák feladata, hogy tegyen a közösen kitűzött cél eléréseért. A képességfejlesztés során olyan értékelési módszereket kell alkalmazni, mely a személyiséget is formálja, és eredményeként nő az önbizalom.

Ennek a tantárgynak a tanítása során kifejezetten a tanulói aktivitást, a szorgalmat, a hozzáállást, és a fejlődést kell értékelni. A jobb képességű, magasabb fejlettségi szinten lévő diákok segítőkészségét, a gyengébbek támogatását éppúgy figyelembe kell venni az értékelésnél, mint a kevésbé tehetséges diákok elszántságát, igyekezetét. Bele kell számítani az érdemjegybe és az osztályzatba a tanulónak a tantárggyal kapcsolatos valamennyi megnyilvánulását: szóbeli, írásbeli feleleteket, dolgozatokat, órai munkát, aktivitást, kiselőadást, versenyeken való részvételt, pályázatokat, gyakorlati tevékenységeket (kísérletek) stb. A szóbeli feleleteknél is élni kell a tanári és a tanulói értékelés, bírálat lehetőségével, ezzel elősegítve a tanulók ítélőképességének és önértékelésének fejlődését.

Az év végi (félévi) osztályzat megállapításánál az év végi (félévi) összteljesítményt kell figyelembe venni. Az év végi (félévi) összteljesítményt értékelje tehát az osztályzat, és ne az érdemjegyek középátlamosaként keletkezzen; tükrözze az értékelési időben bekövetkezett fejlődést.

A tanulók munkájáról, teljesítményéről a szülők rendszeres és folyamatos tájékoztatása szükséges. Ennek módjai a továbbiakban is: E-Krétán keresztül (osztályzatok, üzenetek, bejegyzések formájában), e-mailben, telefonon valamint fogadó órán (ill. a szülő külön behívása indokolt esetben).

Az ellenőrzés általános elvei és módszerei

- A tárgy jellegéből adódóan itt nagy hangsúlyt kap a diák órai és otthoni tevékenysége (pl. kiselőadásokra való készülés, házi feladatok elkészítése, gyakorlás, kutató munka...).
- Az osztályzatok megszerzése nem a klasszikus szakmai tartalom mérése alapján történik.
- Félévente összességében legalább 3 darab (100%-os) érdemjegy megszerzése kötelező, amiből egy a félév (év) végi felmérés kell legyen.

Az írásbeli beszámoltatás formái:

1. **Rövid írásbeli számonkérés** (röpdolgozat): kisebb anyagrészt elsajátításának ellenőrzése szolgáló számonkérési forma. Célja a tanulók munkájának folyamatos ellenőrzése, ezért előre bejelenteni nem kell. Időtartama ne haladja meg a 15-20 percet.
2. **Írásbeli számonkérés**: egy nagyobb anyagrészt elsajátításának ellenőrzése szolgáló számonkérési forma. Célja a tanulók tanulmányi munkájának és fejlődésének ellenőrzése, ezért előre be kell jelenteni. Időtartama legalább 30 perc.
3. **Félév (év) végi felmérés**: Ez a legfontosabb beszámoltatási és ellenőrzési forma. Célja a tanulók kompetencia szintjeinek megállapítása. Elvei és formái a kötelező országos kompetenciamérést követik. Időtartama 45 perc.

A szóbeli beszámoltatás formái:

Klasszikus szóbeli feleltetésről itt nem beszélhetünk. Viszont azt a készséget, hogy a diák a gondolatait logikus felépítésben, érthetően prezentálja közönség előtt, fejlesztenünk kell. Így a kérdezz-felelek típusú beszélgetések, kiselőadás tartása vagy csoportmunka bemutatása órán bármikor előfordulhat. Ezeket a tevékenységeket érdemjeggyel is lehet honorálni.

Bármely írásbeli számonkérésre elégtelen osztályzat adható, ha a tanuló nem megengedett segédeszközt használt megírása során. Az írásbeli munkákat kijavítva, a pedagógus értékelése mellett aláírásával ellátva, legkésőbb két héten belül ismertetni kell a tanulóval. A tanuló joga, hogy a kijavított és értékelt írásbeli számonkérést megtekintse.

Az otthoni felkészülés előírásának elvei és korlátai

Oktatásunk eredményessége érdekében szem előtt kell tartanunk, továbbá tudatosítani kell a tanulóknak és a szülőknek is, hogy az írásbeli és szóbeli házi feladatok, azaz a tanulók otthoni munkája a tanórai munka szerves folytatása. A házi feladatok célja elsősorban, hogy a legfontosabb ismeretek megszilárduljanak, alapvető tudáselemek, képességek készséggé alakuljanak. A házi feladatok ellenőrzésére, a felmerülő problémákra, ötletekre időt kell szánni. A házi feladat enélkül nem éri el a célját.

3. Magasabb évfolyamra lépés feltételei

Az ellenőrzés-értékelés részben leírt megfelelő számú osztályzat megszerzése, melyre a Szakmai Programban meghatározott elv alapján, év végén a diák legalább elégséges (2) osztályzatot kap.

4. A felhasználható taneszközök

Taneszközök (nyomtatott vagy digitalizált formában)

- ✓ Kompetenciafejlesztő feladatgyűjtemény
- ✓ Online matematikatanulást segítő programok
- ✓ Ismeretterjesztő kisfilmek
- ✓ Szakkönyvek
- ✓ Matematikatörténeti könyvek
- ✓ Matematikai táblák, faliképek
- ✓ Digitális tananyagok

Tanulók által használható eszközök

- ✓ vonalzó
- ✓ körző
- ✓ szögmérő
- ✓ számológép

Tanári demonstrációs eszközök

- ✓ Alapvető térgeometriai ismeretek kialakítására, a térszemlélet fejlesztésére alkalmas átlátszó és nem átlátszó testek
- ✓ Különböző testek síkmetszeteit bemutató eszköz-térbeli modellso-rozat
- ✓ Különböző testek élvázait szemléltető eszköz
- ✓ Sík- és térmértani modellező készlet
- ✓ Szerkesztési eljárások végrehajtásához szükséges eszközök
- ✓ Számítógép, projektor

5. Évfolyami tanterv témakörökre lebontva

A 9. kny évfolyamon a matematika képességfejlesztő tantárgy óraszámja 102 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok, így ezek átstrukturálhatók, a fennmaradó órák pedig felhasználhatók a csoport sajátosságaihoz, igényeihez alkalmazkodva.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Számok világa (műveletek, számhalmazok)	18
Szövegértés és a matematika (algebra, egyenletek, arányosság, százalékszámítás, egyenlőtlenségek)	21
Tájékozódás a síkban és a térben (geometria)	24
Grafikonok világa (függvények, diagramok)	12
Gondolkodási módszerek (logika, kombinatorika)	21
Digitális kompetenciák (számológép, egyenletszerkesztő, excel, geogebra...)	12
Összes óraszám:	108

Témakör: Számok világa

Javasolt óraszám: 18 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- ismerje a természetes számok, egész számok, racionális számok halmazát;
- magabiztosan végezze el az alapl műveleteket az ismert számhalmazokon;
- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a műveletek közötti hierarchiát;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőjű tört alakban is felír;
- ismeri a racionális számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- racionális számok közelítő alakjaival számol és megfelelően kerekít;
- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A négy alapl műveletet, zárójelet és egész kitevős hatványt tartalmazó művelet sorrendben való kiszámítása
- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közös nevezőjű tört alakba és viszont
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Racionális számok adott jegyre kerekítése
- Racionális számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése
- Természetes számok osztóinak meghatározása
- Oszthatósággal kapcsolatos feladatok megoldása
- Racionális számhalmazon végzett műveletek elvégzése
- Racionális számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, abszolútérték, ellentett, reciprok, kommutatív, asszociatív, disztributív, helyi érték, valódi érték, osztó, többszörös, hatvány, hatvány alap, hatványkitevő

Javasolt tevékenységek

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása

Témakör: Szövegértés és a matematika

Javasolt óraszám: 21 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- *matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;*
- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás alkalmazásával;
- *ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot;*
- *ismeri és alkalmazza a mérlegelvet;*
- *ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb fogalmát;*
- *megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket;*
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- *egyenletek megoldását behelyettesítéssel ellenőrzi.*

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás alkalmazásával
- Szöveg alapján összefüggéseket, egyenleteket, egyenlőtlenségeket felírása
- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket megoldása mérlegelv segítségével
- A kapott eredmény helyességének ellenőrzése a szöveg alapján
- Két változó kapcsolatának meghatározása
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása
- Százalék bármely hiányzó tagjának kiszámítása
- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak

arány, egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékláb, százaléérték, százalék alap, mérlegelv, nagyobb, kisebb, nem nagyobb, nem kisebb, legalább, legfeljebb, összeg, tag, szorzat, tényező, egy-nemű kifejezés, együttható, alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata
- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével
- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Tájékozódás a síkban és a térben

Javasolt óraszám: 24 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét és távolságát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos módszerekkel;
- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei közötti kapcsolatokat, a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri a háromszög nevezetes pontjaira, vonalaira és köreire vonatkozó fogalmakat;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;
- ismeri a kör részeit;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat, az alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező, mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Háromszög területének kiszámítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- Testek elől-, hátul- és oldalnézeti képének meghatározása
- Testek és testháló kapcsolata

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszelező merőleges, szögfelező, szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, középpont, átmérő, sugár, körszelet, körcikk, érintő, húr, szelő, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság

Javasolt tevékenységek

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása, mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel, papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában

Témakör: Grafikonok világa

Javasolt óraszám: 12 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- *adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol és azokat táblázatba rendezi;*
- *táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;*
- *adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli;*
- *diagramok értelmezése;*
- *a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.*

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Egyszerű függvények esetén adott értékhez a hely meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, alaphalmaz, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben, időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton

Témakör: Gondolkodási módszerek

Javasolt óraszám: 21 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- ismeri és alkalmazza a *skatulyaelvet*;
- ismeri és alkalmazza a *tagadás műveletét egyszerű feladatokban*;
- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést, rendszerezést végez;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a *(megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését*.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”

Javasolt tevékenységek

- Lovagok és lóköltők országa, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Téves megoldású kombinatorikai feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

Témakör: Digitális kompetenciák

Javasolt óraszám: 12 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: *(dőlt betűvel jelöltük ebben a témakörben a minimális követelményeket és azokat, amelyek feltétlenül szükségesek a későbbi tananyag egységek megtanulásához)*

- számológép segítségével alpműveletekkel felírható számolási eredményt meghatároz;
- megfelelő informatikai alkalmazás segítségével szöveget szerkeszt, táblázatkezelő programmal diagramokat készít, geometriai és algebrai oktató programot használ;
- digitális környezetben egyszerűbb feladatok elvégzéséhez ismeri és használja a matematikai alkalmazásokat;
- képlettel adott függvényt digitális eszközzel ábrázol;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani digitális eszközzel;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása digitális eszközzel
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása digitális eszközzel; diszkusszió
- Számológép használata
- Diagrammok készítése szoftver segítségével

Fogalmak

- diszkusszió

Javasolt tevékenységek

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Digitális eszköz használata egyenletek és egyenlőtlenségek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével
- Dinamikus geometriai program használata